Экзаменационные билеты по геометрии

2017-18 учебный год

Билет № 1

1. Признаки равенства треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников.
2. Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 5 и 20, BD = 10. Доказать, что треугольники CBD и ABD подобны.
3. Задача по теме “Вписанная и описанная окружности’’.

Билет № 2

1. Свойства и признаки равнобедренного треугольника.
2. В выпуклом четырехугольнике ABCD углы BCA и BDA равны. Доказать, что углы ABD и ACD тоже равны.
3. Задача по теме “Вписанная и описанная окружности’’.

Билет № 3

1. Признаки параллельных прямых.
2. Известно, что около четырехугольника ABCD можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырехугольника пересекаются в точке M. Доказать, что треугольники MBC и MDA подобны.
3. Задача по теме “Теорема Пифагора”.

Билет № 4

1. Свойства параллельных прямых.
2. Доказать, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит ее на две равновеликие части.
3. Задача по теме “Площадь”.

Билет № 5

1. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Следствие для углов прямоугольного треугольника. Свойство внешнего угла треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого n-угольника. Сумма внешних углов n- угольника.
2. Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках A и B, причем M и N лежат по одну сторону от прямой AB. Доказать, что AB перпендикулярна MN.
3. Задача по теме "Площадь".

Билет № 6

1. Теорема о катете, лежащем против угла в 30^0 (прямая и обратная).
2. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1. Доказать, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.
3. Задача по теме "Четырехугольники".

Билет № 7

1. Геометрические места точек (окружность, круг, серединный перпендикуляр к отрезку, биссектриса угла).
2. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и T соответственно. Доказать, что BP = DT.
3. Задача по теме "Окружность".

Билет № 8

1. Формулы площади треугольника (в том числе прямоугольного и равностороннего). Вывод формул $S = pr$, $S = \frac{1}{2} ab\sin C$.
2. Биссектрисы углов B и C трапеции ABCD пересекаются в точке O, лежащей на стороне AD. Доказать, что точка O равноудалена от прямых AB, BC, CD.
3. Задача по теме "Вписанная и описанная окружности".

Билет № 9

1. Вывод формул площади параллелограмма (3), ромба (4), трапеции (1).

2. Окружности с центрами в точках M и N не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении m:n. Доказать, что диаметры этих окружностей также относятся как m:n.

3. Задача по теме “Площадь”.

Билет № 10

1. Свойства параллелограмма (3).

2. Пусть O – точка пересечения биссектрис треугольника ABC. Доказать, что $\frac{AO}{AA_1}+\frac{BO}{BB_1}+\frac{CO}{CO_1}=2$.

3. Задача по теме “Площадь”.

Билет № 11

1. Признаки параллелограмма (3).

2. Доказать, что три медианы делят треугольник на 6 равновеликих треугольников.

3. Задача по теме “Соотношения между сторонами и углами треугольника”.

Билет № 12

1. Свойства и признаки ромба.

2. Доказать, что в правильном пятиугольнике ABCDE треугольник AED подобен треугольнику AFE, где F – точка пересечения диагоналей AD и BE и $\frac{DA}{DF}=\frac{DF}{AF}$.

3. Задача по теме “Окружность”.

Билет № 13

1. Обобщенная теорема Фалеса.
2. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E. Доказать, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
3. Задача по теме “Площадь”.

Билет № 14

1. Теоремы о средней линии треугольника и трапеции.
2. В четырехугольнике ABCD $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = 180^0$.
3. Задача по теме “Четырехугольники”.

Билет № 15

1. Теорема Пифагора (прямая и обратная).
2. Диагонали параллелограмма образуют равные углы с одной из его сторон. Доказать, что этот параллелограмм – прямоугольник.
3. Задача по теме “Четырехугольники”.

Билет № 16

1. Вывод формулы Герона.
2. В параллелограмме ABCD проведены высоты BE и BF. Доказать подобие треугольников ABE и CBF.
3. Задача по теме “Четырехугольники”.

Билет № 17

1. Признаки подобия треугольников.
2. Доказать, что точки пересечения биссектрис углов прямоугольника являются вершинами квадрата.
3. Задача по теме “Окружность”.

Билет № 18

1. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.
2. Доказать, что прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей параллелограмма, делит его на две равновеликие фигуры.
3. Задача по теме “Четырехугольники”.

Билет № 19

1. Средние величины в трапеции (гармоническое, геометрическое)
2. Доказать утверждение: если две стороны и медиана, проведенная к третьей стороне, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне другого треугольника, то такие треугольники равны.
3. Задача по теме “Соотношения между сторонами и углами треугольника”.

Билет № 20

1. Свойство и признак четырехугольника, описанного около окружности.
2. Доказать, что биссектрисы противоположных углов параллелограмма параллельны или лежат на одной прямой.
3. Задача по теме “Многоугольники”.

Билет № 21

1. Свойство и признак четырехугольника, вписанного в окружность.
2. Доказать, что медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна ее половине.
3. Задача по теме “Окружность”.

Билет № 22

1. Взаимное расположение двух окружностей на плоскости.
2. Сторона ромба равна **a**, а одни из углов равен **β.** Найти диагонали ромба.
3. Задача по теме “Окружность”.

Билет № 23

1. Нестандартные формулы площади трапеции (4).
2. Доказать, что если около параллелограмма можно описать окружность, то этот параллелограмм - прямоугольник.
3. Задача по теме “Вписанная и описанная окружности”.

Билет № 24

1. Вневписанная окружность (определение, вывод двух

формул площади треугольника через радиусы вневписаннной окружности и формулы $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$.

2. Доказать, что радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию с основаниями a и b, равен $\frac{ab}{a+b}$.
3. Задача по теме “Площадь”.

Билет № 25

1. Теорема Чевы (прямая и обратная, без доказательства). Замечательные точки треугольника.
2. Доказать, что если сумма углов при основании трапеции равна 90^0, то длина отрезка, соединяющего середины ее оснований равна их полуразности.
3. Задача по теме “Вписанная и описанная окружности”.

Билет № 26.

1. Теорема Вариньона.
2. Внутри прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C взята точка O так, что справедливо равенство $S_{OAB} = S_{OAC} = S_{OBC}$. Доказать, что справедливо равенство $OA^2 + OB^2 = 5OC^2$.
3. Задача по теме “Соотношения углов и сторон треугольника”.

Билет № 27.

1. Теорема Птолемея.
2. Доказать, что центр описанной около прямоугольника окружности совпадает с серединой гипотенузы.
3. Задача по теме “Площадь”.

Билет № 28

1. Углы, связанные с окружностью (центральные, вписанные, с вершиной вне круга, с вершиной внутри круга, угол между касательной и хордой)
2. В остроугольном треугольнике ABC $BD \perp AC$, $DE \perp AB$, $DF \perp BC$. Доказать, что треугольник EBF подобен треугольнику ABC.
3. Задача по теме “Вписанная и описанная окружности”.

Билет № 29

1. Пропорциональные отрезки в круге (2).
2. Доказать, что отрезок, параллельный основаниям трапеции и делящий ее на 2 равновеликих, равен среднему квадратичному ее оснований.
3. Задача по теме “Многоугольники”.

Билет № 30

1. Теорема о радиусе, проведенном в точку касания (прямая и обратная).
2. Доказать, что диагонали параллелограмма делят его на четыре равновеликих треугольника.
3. Задача по теме “Многоугольники”.

Билет № 31

1. Теорема об отрезках касательных.

2. В треугольнике ABC AA_1 – биссектриса угла A, а точка O – точка пересечения биссектрис этого треугольника. Доказать, что $AO:OA_1 = \frac{AB + AC}{BC}$.

3. Задача по теме “Четырехугольники”.

Билет № 32

1. Определение тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника. Нахождение значений тригонометрических функций углов в 30^0, 45^0, 60^0

2. Доказать, что если в параллелограмм можно вписать окружность, то этот параллелограмм – ромб.

3. Задача по теме “Соотношения углов и сторон треугольника”.